

Génération de maillage hexaédrique à partir d'un squelette

Paul Viville¹, Pierre Kraemer¹, Dominique Bechmann¹

¹ICube, Université de Strasbourg, CNRS

Résumé

Nous présentons dans ce travail un algorithme de génération de maillage hexaédrique à partir d'un squelette obtenu depuis une surface qui détermine le domaine à mailler. En tirant parti de cette représentation on peut générer un maillage dont les mailles sont alignées avec la géométrie du squelette et dont le nombre d'irrégularités est réduite au maximum. La principale difficulté réside dans la gestion des embranchements pour laquelle nous proposons une nouvelle solution. Des surfaces de contact, partition de la sphère en faces quadrangulaires, sont construites au niveau de chaque sommet du squelette, encodant la manière de coudre les hexaèdres construits le long des branches. Au sein d'une chaîne de traitement allant de l'extraction de squelette et son rééchantillonnage jusqu'au raffinement et à l'optimisation de la géométrie des mailles, cette méthode permet également des traitements locaux des différentes étapes permettant de faciliter leur exécution parallèle.

Mots-clés : Génération de maillage, Squelette, Maillage hexaédrique

1. Introduction

La construction d'un maillage volumique à partir d'une surface quelconque délimitant un domaine est un sujet très étudié depuis de nombreuses années. La plupart des méthodes cherchent à résoudre ce problème pour des domaines de forme arbitraire. En fonction des objectifs que l'on s'est fixés pour le maillage généré, les résultats de ces méthodes généralistes ne sont cependant pas toujours satisfaisants. Du point de vue de la forme des mailles, certaines méthodes génèrent des mailles peu régulières notamment près des bords du domaine, qui est pourtant souvent une zone d'intérêt particulière. Du point de vue de la nature des mailles, certaines méthodes ne génèrent que des maillages tétraédriques, tandis que d'autres ne permettent pas toujours de garantir la pureté du résultat et ne peuvent générer que des maillages mixtes, ce qui, selon le contexte, ne remplit pas toujours les conditions exigées. Les maillages hexaédriques restent notoirement difficile à construire, bien que de nombreux contextes applicatifs nécessitent ce type de connectivité.

Dans le cas particulier des objets tubulaires dont la forme peut être correctement représentée par un squelette, des méthodes plus spécifiques peuvent être proposées [HBC*10]. En exploitant cette représentation intermédiaire du domaine à mailler, l'objectif est alors d'obtenir un maillage dont la

qualité et la régularité sont plus satisfaisantes et maîtrisées qu'avec les méthodes généralistes, tout en proposant une mise en oeuvre plus simple et efficace.

La difficulté principale à résoudre dans ce processus est la gestion de la connectivité des mailles au niveau des embranchements du squelette. C'est notamment sur ce point que nous proposons un nouvel algorithme. Cette étape se situe à l'intérieur d'une chaîne de traitement complète qui comprend l'extraction du squelette, son rééchantillonnage, la génération d'une connectivité initiale du maillage volumique et son raffinement, l'adaptation à la géométrie du domaine, et l'optimisation de la forme des mailles.

2. Méthodes existantes

De nombreuses méthodes généralistes de génération de maillage volumique hexaédriques existent, exploitant des techniques telles que le placage de grilles [Sch96], la paramétrisation volumique [NRP11, LVS*13], les fronts avancants [KBLK14], les diagrammes de Voronoï centroïdaux [LL10] ou les champs de directions [KLF16, SRUL16]. Ces méthodes sont bien éprouvées, mais la maîtrise de la nature des mailles, de leur forme ou de leur orientation par rapport à la géométrie du domaine n'est pas toujours évidente. Ceci est encore plus vrai si on cherche à obtenir un maillage composé uniquement d'hexaèdres, ce qui est parfois une contrainte imposée par des outils de calcul que l'on souhaite utiliser sur le maillage obtenu.

Dans le cas spécifique du traitement de formes tubulaires pour lesquelles un squelette représentatif de l'objet peut être construit, quelques méthodes de génération de maillage hexaédrique ont déjà été développées.

[LMPS16] propose une extension volumique de la méthode de génération de maillages surfaciques quadrangulaires présentée dans [ULP*15]. La construction du maillage est réalisée en traitant en premier lieu les embranchements du squelette. Un hexaèdre est placé sur chaque sommet de valence supérieure à 2. Ce dernier est orienté puis découpé en fonction du nombre d'arêtes incidentes et de leur direction. Les faces de l'hexaèdre par lesquelles sortent des branches sont ensuite extrudées le long des branches. Malgré de bons résultats, cette méthode rencontre deux défauts principaux. Les découpes effectuées sur les hexaèdres aux embranchements sont propagées le long du squelette créant des hexaèdres supplémentaires dans le maillage initial. Cette propagation force à faire certains choix arbitraires lorsque le squelette contient un ou plusieurs cycles.

[PRW*18] et [FSH18] développent une méthode pour créer un maillage surfacique quadrangulaire minimal autour d'un squelette. Au niveau de chaque embranchement, une sphère est partitionnée en un nombre de faces correspondant au nombre d'arêtes incidentes. Pour pouvoir ensuite emballer les branches avec des faces quadrangulaires sans introduire de sommets irréguliers, il faut que le nombre de côtés des faces exposées sur les sphères de part et d'autre d'une branche soient identiques. Un certain nombre d'étapes de la méthode que l'on propose sont inspirées de ces techniques qui traitent elles le cas surfacique.

Afin de modifier la connectivité de la partition d'une sphère pour satisfaire certains critères, nous nous inspirons également de [PZKW11] qui propose des opérations de modification de la connectivité d'un maillage quadrangulaire donné afin d'en diminuer progressivement les sommets irréguliers.

[VPR19] propose une méthode de construction de la connectivité d'un maillage hexaédrique dont la surface du bord est une partition de la sphère en un nombre de quadrangles donné. Bien que ce travail pourrait être d'un intérêt tout particulier pour l'une des étapes de notre traitement, le fait que nous nous permettions de travailler avec une partition de la sphère en un nombre de quadrangles qui soit multiple de 4 nous permet de proposer une solution considérablement plus simple.

3. Méthode proposée

Cette section présente la méthode de génération de maillage proposée. L'algorithme est d'abord exposé de manière générale. Le point difficile que représente la gestion des embranchements est ensuite plus particulièrement détaillé.

Terminologie Dans le squelette, on appelle *extrémité* un sommet de valence 1, *articulation* un sommet de valence 2 et *embranchement* un sommet de valence supérieure à 2. Les *extrémités* et les *embranchements* sont les bornes des *branches* le long desquelles on ne trouve donc que des *articulations*. On appelle *tronçon* chacune des arêtes du squelette.

3.1. Processus général

Surfaces de connexion Dans un premier temps une surface de connexion est créée pour chaque sommet du squelette. La connectivité de ces surfaces va encoder la manière dont seront cousues entre elles les mailles hexaédriques qui seront *in fine* créées le long des branches, autour de chaque tronçon du squelette.

Pour chaque sommet, on construit une partition d'une sphère en un maillage surfacique quadrangulaire dont le nombre de faces est égal à la valence du sommet, c'est-à-dire au nombre de branches incidentes à ce sommet du squelette. Quel que soit le nombre de branches incidentes (et donc de faces quadrangulaires sur la sphère), une telle connectivité peut toujours être trouvée.

En effet, pour une partition cellulaire d'une surface de genre 0, avec s le nombre de sommets, a le nombre d'arêtes et f le nombre de faces, la formule d'Euler nous donne $s - a + f = 2$. Sachant que f est fixé et que toutes les faces auront 4 côtés, on a $a = 2f$ et $s = 2f - f + 2 = f + 2$, ce qui a toujours une solution entière quelle que soit la valeur de f . Si le nombre de côtés des faces était fixé à 3, on aurait $a = \frac{3}{2}f$ et $s = \frac{3}{2}f + 2$, qui n'a une solution entière que pour des valeurs paires de f .

Imposer à la partition de la sphère de ne présenter que des faces quadrangulaires nous permettra par la suite de générer un maillage hexaédrique le long des branches ne présentant aucun sommet irrégulier.

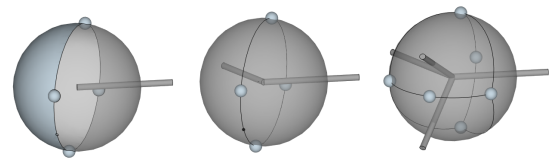


Figure 1: Partitions de sphères sur des sommets de valence 1, 2, et 4

Pour les articulations, cette étape est triviale avec un maillage composé de deux faces quadrangulaires et quatre sommets de valence 2 (au milieu sur la Figure 1). Pour les extrémités, on utilise la même connectivité en considérant simplement l'une des deux faces quadrangulaires comme un bord (à gauche sur la Figure 1). L'algorithme utilisé pour le

partitionnement des embranchements (exemple de valence 4 à droite sur la Figure 1) est détaillé dans la section suivante.

Géométrie Pour les articulations et les extrémités, les quatre points sur la sphère sont placés sur le plan orthogonal à la tangente du squelette en ce sommet. Il reste cependant un degré de liberté en rotation autour de cet axe. Pour les embranchements, les positions des points sur la sphère sont plus contraintes. En effet, chaque face quadrangulaire doit contenir la direction de sa branche incidente associée. Ce sont les positions générées sur ces sphères qui vont servir de point de départ pour fixer l'ensemble de la géométrie.

Un repère initial est calculé pour chaque face quadrangulaire des maillages surfaciques générés au niveau des embranchements. Afin de minimiser la torsion, ces repères sont transportés le long de la branche correspondant à la face en utilisant un Rotation Minimizing Frame [WJZL08] jusqu'à son extrémité opposée. À chaque articulation rencontrée, le repère transporté permet de fixer la position des points. Si l'autre bout de la branche est une extrémité, le repère transporté permet également d'y fixer la position des points. Si l'autre bout de la branche est un autre embranchement, l'écart entre l'orientation transportée et celle de la face correspondante sur l'embranchement est mesuré. Cet écart est compris dans l'intervalle $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$. Afin de satisfaire les orientations imposées par les faces respectives des embranchements situés de part et d'autre de la branche, ce défaut de torsion est alors réparti le long de la branche sur toutes les articulations en suivant une paramétrisation par longueur d'arc.

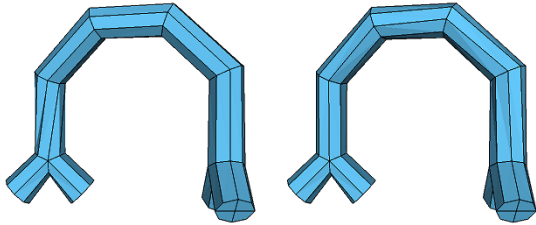


Figure 2: Répartition de la torsion entre deux embranchements

Génération des hexaèdres Pour chaque tronçon du squelette, on génère un groupe de 4 hexaèdres connectés autour de l'axe principal du tronçon. L'interface exposée de part et d'autre de chacun de ces tronçons est composée de 4 faces quadrangulaires (Figure 3).

D'un côté et de l'autre de chaque tronçon du squelette se trouve un sommet. Lors de la première étape, une surface de connexion a été construite pour chaque sommet. Celle-ci présente une face quadrangulaire pour chaque branche incidente au sommet (Figure 4b). À chacune des quatre arêtes

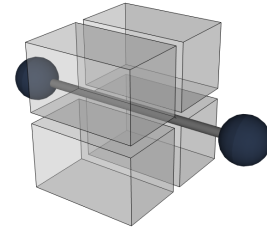


Figure 3: Tronçon d'hexaèdres sur un tronçon du squelette

de ces faces est associé l'un des quatre hexaèdres construits sur le tronçon incident correspondant (Figure 4c). Au final, quel que soit le nombre de branches incidentes, chacune des arêtes des surfaces de connexion sera associée à exactement deux hexaèdres (Figure 4d). Afin d'établir la connectivité complète du maillage hexaédrique ces paires d'hexaèdres sont cousues par la face qu'ils présentent à cette arête (Figure 4e). Cette procédure qui est illustrée dans la Figure 4 avec un sommet de valence 2, est bien sûr généralisable à des sommets de valence quelconque, pour peu qu'une surface de connexion composée de quadrangles ait été construite.

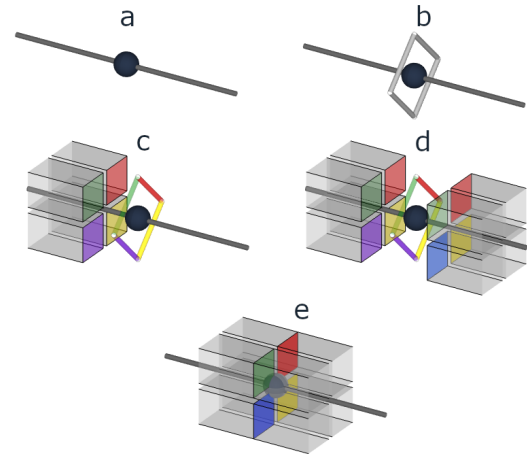


Figure 4: Construction et gestion des connexions des tronçons

3.2. Gestion des embranchements complexes

Comme indiqué dans la section précédente, pour gérer les embranchements du squelette de valence supérieure à 3, on cherche à générer une partition d'une sphère en un nombre donné de faces quadrangulaires devant contenir chacune un point correspondant à la direction d'une des branches incidentes.

Deux configurations d'embranchement sont distinguées.

Dans le cas où les points de sortie des branches sont coplanaires ou suffisamment proches d'un plan moyen, une connectivité en "quartiers d'orange" est générée. On utilise pour cela l'étape initiale de la méthode de partition de sphère de [PRW*18]. Pour n branches on crée un maillage composé de deux sommets de valence n (les pôles) et n sommets de valence 2 le long des méridiens.

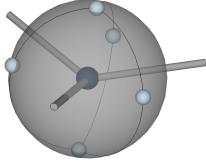


Figure 5: Gestion en "quartiers d'orange" d'un embranchement plan

Pour les autres cas nous proposons une méthode alternative de partition de la sphère en quadrangles. Les données dont on dispose en entrée sont l'ensemble des points d'intersection des branches avec la sphère, dont la position ne peut pas être modifiée.

Le corollaire du fait qu'une sphère peut être partitionnée en un nombre quelconque de quadrangles est qu'il existe un maillage dual de cette partition dont tous les sommets sont de valence 4. On souhaite donc obtenir un maillage dont les sommets sont nos points d'entrée et ayant chacun une valence égale à 4. Le dual de ce maillage sera la partition que l'on cherche à obtenir, dans laquelle chaque face quadrangulaire contiendra sa direction de sortie.

Dans un premier temps, on applique un algorithme de calcul d'enveloppe convexe aux points d'entrée pour obtenir la triangulation de Delaunay de cet ensemble de points [NLC02]. La connectivité de cette triangulation est ensuite modifiée de telle manière que tous ses sommets soient de valence 4.

Les modifications sont effectuées en deux étapes : une étape de réduction de valence pour les sommets de valence supérieure à 4, suivie d'une étape d'augmentation de valence pour les paires de sommets de valence 3. Si on prend soin de ne pas créer de sommet de valence inférieure à 3 lors de la première étape, on sait que les sommets de valence 3 seront en nombre pair. En effet, en repartant de la formule d'Euler et en raisonnant sur la connectivité du maillage dual, si on a $f = q + t$ avec q le nombre de quadrangles et t le nombre de triangles, alors on a $a = \frac{3}{2}t + 2q$ et $s = \frac{1}{2}t + q + 2$ qui n'a de solution entière que pour un nombre pair de triangles. Ces paires de sommets de valence 3 sont alors éliminées en s'inspirant de la méthode de [PZKW11].

On souhaite minimiser le nombre d'opérations de remaillage pour que le résultat final soit le plus proche possible du diagramme de Voronoï de l'ensemble de points de départ.

Il faut également conserver les propriétés de convexité des faces et d'inclusion des sommets d'entrée dans leur face de la partition. Ne pouvant pas modifier le nombre de sommets, les seules opérations à notre disposition sont l'ajout d'une arête (coupe d'une face) et la suppression d'une arête (fusion de deux faces).

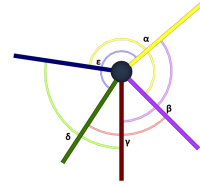


Figure 6: Critère d'angle : $\gamma < \beta < \delta < \epsilon < \alpha$

Le critère principal pour gérer les priorités des opérations est l'angle entre des arêtes successives autour d'un sommet. Pour ce faire l'algorithme enchaîne les opérations dans l'objectif de minimiser les angles créés par une opération de suppression d'arête (Figure 6) et de maximiser les angles créés lors de l'ajout d'une arête. Le critère d'angle nous semble le plus pertinent pour minimiser le degré des polygones créés dans le maillage final et maximiser leur convexité.

Nous proposons donc l'algorithme de remaillage suivant :

Étape de réduction de valence (Figure 7) :

- Suppression des arêtes dont les valences des sommets sont toutes les deux strictement supérieures à 4, triées par angle créés par la suppression.
- Suppression des arêtes dont les valences des sommets sont strictement supérieures à 4 pour l'un et égale à 4 pour l'autre, triées par angle créés par la suppression.

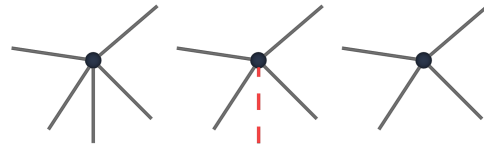


Figure 7: Reduction de valence

Étape de suppression des paires 3 - 3

- Coupe des faces ayant deux sommets de valence 3 non adjacents.
- Coupe des faces ayant 2 sommets de valence 3 adjacents.
- Recherche des chemins les plus courts entre tous les paires de sommets de valence 3. On traite le plus long des plus courts chemins en premier : application d'un modèle d'opérations en fonction de la parité de la longueur du chemin (Figures 8 et 9). Dans le cas impair, par ajout puis suppression d'une arête, une valence 3 est approchée de l'autre de deux pas sur le chemin.

Lorsqu'elles sont côte à côte, elles sont supprimées par l'ajout d'une arête. Dans le cas pair, via l'utilisation d'un sommet adjacent au chemin, la valence 3 est déplacée d'un pas et le modèle des chemins impairs peut être appliqué.



Figure 8: Gestions topologique du maillage entre deux sommets de valence 3 avec un chemin de longueur impair

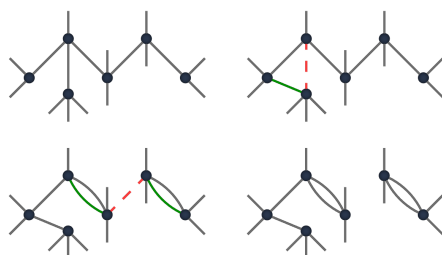


Figure 9: Gestions topologique du maillage entre deux sommets de valence 3 avec un chemin de longueur pair

Une fois le maillage composé uniquement des sommets de valence 4, on en prend le dual. Les sommets de ce maillage dual sont positionnés au barycentre des faces. Au final, on obtient une partition de la sphère en quadrangles contenant chacun son point d'entrée. La Figure 10 illustre les différentes étapes de cet algorithme sur un exemple contenant 7 directions de sortie. Nous obtenons de bons résultats dans la plupart des cas. Certaines configurations trop désavantageuses ne permettent pas de construire une telle partition avec des faces convexes. D'autres options encore inexplorées seront peut-être plus pertinentes pour obtenir des résultats géométriquement plus satisfaisants.

4. Chaîne de traitement

Nous illustrons ici avec un exemple simple l'ensemble de la chaîne de traitement que nous avons développée.

Extraction du squelette

Dans un premier temps (Figure 11), le squelette est extrait à partir de la surface d'entrée en utilisant une méthode telle que le Mean Curvature Flow [TAOZ12]. Le squelette est ensuite rééchantillonné de manière à ce que la distance entre deux sommets successifs soit proportionnelle au rayon estimé du domaine à cet endroit.

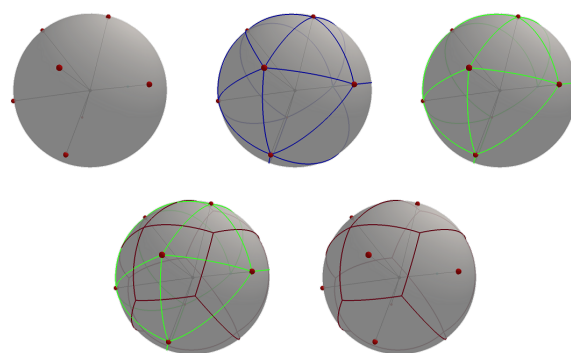


Figure 10: Algorithme de partition d'une sphère en un nombre donné de quadrangles

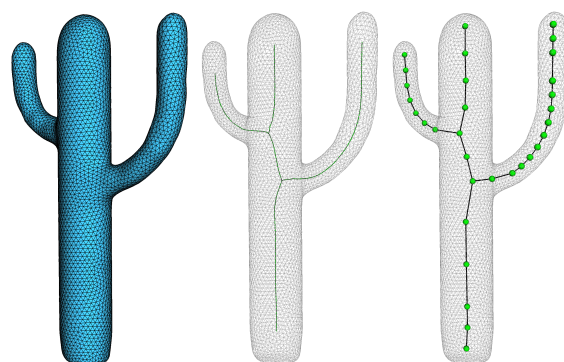


Figure 11: Extraction et rééchantillonnage du squelette

Surfaces de connexion et maillage initial

Les surfaces de contact sont construites au niveau de chaque sommet du squelette (Figure 12). La géométrie est propagée à partir des surfaces de contact construites aux embranchements. Le maillage volumique initial est généré, puis les sommets de la surface du maillage sont ensuite projetés sur la surface d'entrée dans la direction de leur normale. Cette étape de projection peut poser des problèmes de croisement qui peuvent être résolus en utilisant par exemple la méthode de mapping décrite dans [KB18].

Raffinement et optimisation géométrique

Le maillage obtenu est, en lien direct avec la finesse du squelette, le plus grossier que notre algorithme peut générer. Les besoins en termes de taille et de forme étant variables en fonction des contextes d'exploitation du maillage, nous avons implémenté plusieurs outils de raffinement de la connectivité du maillage volumique (Figure 13) pour permettre à l'utilisateur d'adapter le maillage à ses besoins.

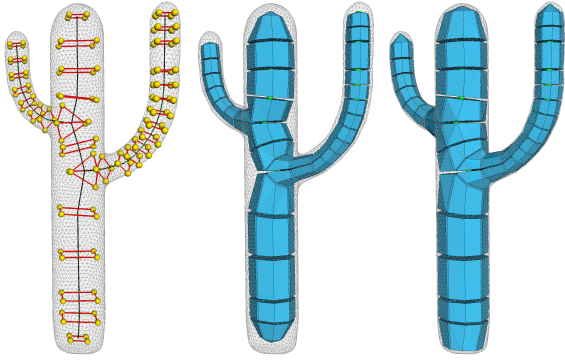


Figure 12: Génération des surfaces de connexion et du maillage volumique initial

Padding Pour éviter qu'un hexaèdre n'expose plus d'une face à la bordure du domaine, ce qui offrirait moins de souplesse pour l'optimisation de la forme des mailles, une couche d'hexaèdres est ajoutée sur toute la surface du maillage tel que proposé dans [LMPS16] (Figure 13 b). Cette opération peut également être vue comme une trisection de tous les hexaèdres dans le sens de l'axe des tronçons du squelette.

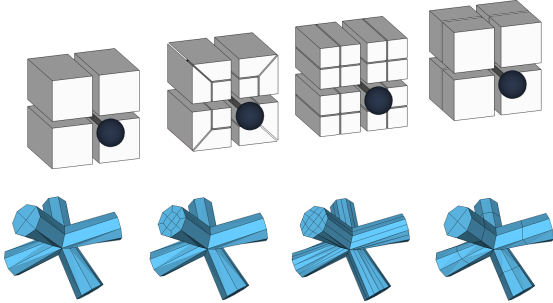


Figure 13: Opérations de subdivision : (a) tronçon, (b) padding, (c) subdivision longitudinale, (d) subdivision transversale

Subdivision longitudinale Un opérateur de subdivision longitudinale permet de découper chacun des hexaèdres en quatre dans le sens du squelette (Figure 13 c).

Subdivision transversale Un opérateur de subdivision transversale permet de découper chacun des hexaèdres en deux perpendiculairement à l'axe du squelette. Cette opération peut être appliquée sur des tronçons individuels pour une adaptation locale du maillage (Figure 13 d). Si c'est ce qui est souhaité, il est ainsi possible de conserver des mailles allongées dans le sens du squelette. Afin de maintenir le lien

entre ce dernier et le maillage volumique, le squelette est également découpé en conséquence.

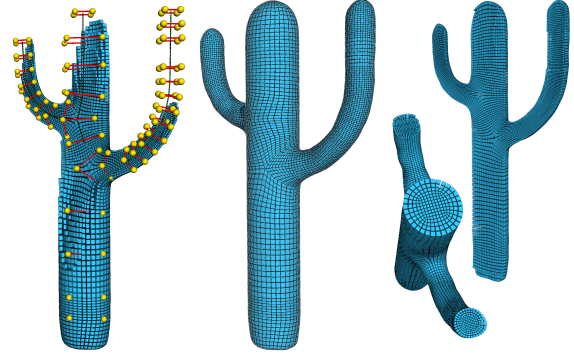


Figure 14: Raffinement et optimisation géométrique

Optimisation géométrique De nombreux travaux ont été menés afin d'optimiser la forme des éléments d'un maillage hexaédrique [LSVT15, GC16]. L'objectif est de modifier la position des sommets de sorte que les hexaèdres s'approchent au maximum de la forme canonique du cube. Cela est généralement exprimé comme la minimisation d'une énergie quadratique exprimant l'alignement et la bonne orientation des mailles. Étant donnée la régularité des maillages générés par notre procédure initiale, nous nous contentons pour le moment de régulariser la surface et la position des sommets internes en résolvant des contraintes linéaires.

5. Conclusion et perspectives

Nous avons présenté un nouvel algorithme de génération de maillage hexaédrique à partir d'un squelette. Il s'inscrit dans une chaîne de traitement complète de l'extraction du squelette, son rééchantillonnage, la génération d'une connectivité initiale du maillage volumique et son raffinement, à l'adaptation à la géométrie du domaine, et l'optimisation de la forme des mailles.

Notre principale contribution est la gestion d'une connectivité quelconque des mailles au niveau des embranchements du squelette obtenue avec nos surfaces de connexion. Créées pour chaque sommet du squelette, la connectivité de ces surfaces encode la manière dont sont cousues entre elles les mailles hexaédriques créées le long des branches. En effet, autour de chaque sommet du squelette représentant un embranchement, nous avons réussi à construire une partition d'une sphère en un maillage surfacique quadrangulaire et ce, quelque soit le nombre de branches incidentes à ce sommet du squelette.

Avec la méthode proposée, la topologie de la surface de connexion peut être gérée indépendamment pour chaque

sommet du graphe, la propagation des repères peut ensuite être faite indépendamment pour chaque branche du graphe. Il en va de même ensuite pour le plongement géométrique des surfaces de connexion pour chaque sommet du graphe, la construction des tronçons pour chaque arête, la couture des tronçons autour de chaque sommet du graphe. L'algorithme ne comporte pas de phase globale et chacune de ces étapes peut ainsi être parallélisée.

De plus, à partir du graphe d'entrée de l'algorithme, le nombre de cellules du maillage final peut être calculé. Des optimisations sur la mémoire sont donc possibles, avec de l'allocation anticipée par exemple. La gestion des embranchements ne nécessite pas de traiter des cas particuliers, que l'on soit en présence de cycles ou non et le traitement d'un embranchement n'a pas d'impact sur le traitement du reste du maillage (Figure 16).

Les maillages hexaédriques produits contiennent un nombre limité et connu de sommets irréguliers, au niveau des embranchements, selon leur valence. Tous les autres sommets le long des branches ont une valence de 6, à l'exception de ceux se situant sur la ligne du padding (si ap-

pliqué) qui ont 5 arêtes incidentes. Les mailles sont, par construction, alignées le long du squelette avec la géométrie de la surface, ce qui est l'idéal pour la simulation selon [LMPS16].

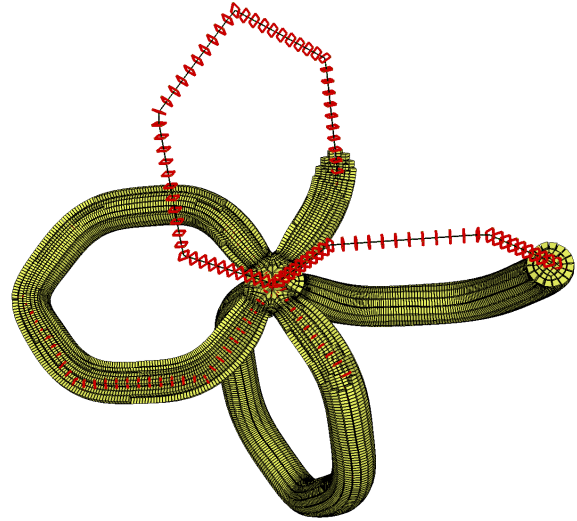


Figure 16: Gestion des cycles dans un graphe

De nombreuses améliorations sont possibles sur le travail effectué pour améliorer les résultats. [LMPS16] propose une méthode d'adaptation du maillage en fonction de l'évolution du rayon le long des branches via des insertions qui permettent de réduire ou d'augmenter le nombre d'hexaèdres dans un tronçon. Cette méthode est pertinente sur la qualité des résultats et il nous semble important de l'adapter à notre méthode.

L'optimisation géométrique mérite elle aussi d'être améliorée. La méthode utilisée est fonctionnelle mais probablement pas optimale. Des méthodes plus complexes ou plus spécifiques à certains type de simulations fourniront peut-être des résultats plus appropriés.

Pour l'instant, la distinction est faite entre des embranchements planaires et le cas général. D'autres cas d'embranchements pourraient bénéficier d'une gestion plus spécifique. Par exemple un embranchement de valence inférieure ou égale à 6 et dont les directions incidentes forment des angles quasi droits pourrait être géré d'une façon plus proche de celle de [LMPS16] en ajoutant un ou plusieurs éléments hexaédriques dans l'embranchement. Un travail devra être fait pour identifier et gérer les configurations d'embranchements méritant un traitement spécifique. Un travail devra aussi être fait sur l'amélioration et l'optimisation de notre heuristique de remaillage, surtout la suppression de paires de sommets de valence 3.

Une fois ces améliorations réalisées, l'étape importante de la comparaison à l'état de l'art en terme de qualité du

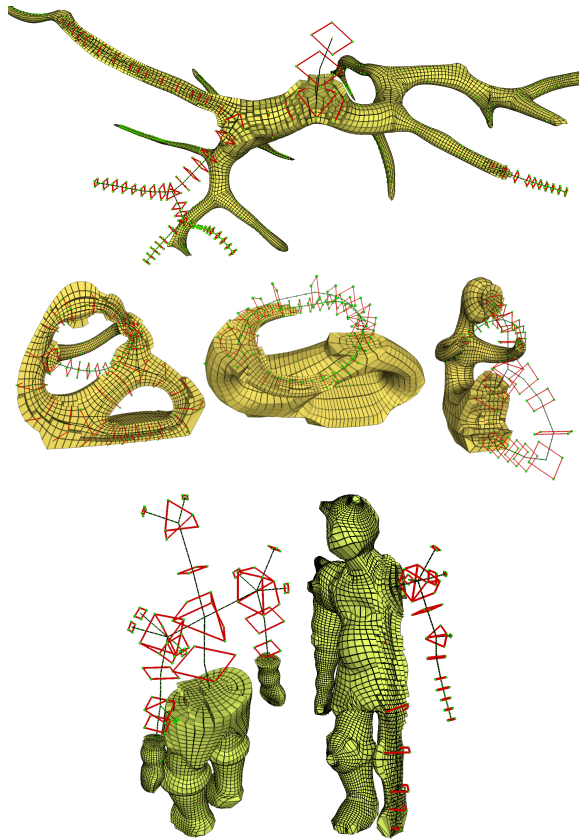


Figure 15: Exemples de squelettes avec des embranchements plus complexes

résultat devra être faite. Plusieurs mesures de la qualité du maillage telles que décrites par [GHX*17] sont déjà en place et attendent d'être exploitées.

Références

- [FSH18] FUENTES SUÁREZ A. J., HUBERT E. : Scaffolding skeletons using spherical voronoi diagrams : feasibility, regularity and symmetry. *Computer-Aided Design*. Vol. 102 (2018), 83–93.
- [GC16] GAO X., CHEN G. : A local frame based hexahedral mesh optimization. In *Proceedings of the 25th International Meshing Roundtable* (2016).
- [GHX*17] GAO X., HUANG J., XU K., PAN Z., DENG Z., CHEN G. : Evaluating hex-mesh quality metrics via correlation analysis. *Computer Graphics Forum*. Vol. 36 (08 2017), 105–116.
- [HBC*10] HIJAZI Y., BECHMANN D., CAZIER D., KERN C., THERY S. : Fully-automatic branching reconstruction algorithm : application to vascular trees. In *Shape Modeling International (SMI10), Aix-en-Provence, 21-23 June* (2010).
- [KB18] KOMARITZAN M., BOTSCH M. : Projective skinning. *Proc. ACM Comput. Graph. Interact. Tech.*. Vol. 1, Num. 1 (2018).
- [KBLK14] KREMER M., BOMMES D., LIM I., KOBELT L. : Advanced automatic hexahedral mesh generation from surface quad meshes. In *Proceedings of the 22nd International Meshing Roundtable* (2014), pp. 147–164.
- [KLF16] KOWALSKI N., LEDOUX F., FREY P. : Smoothness driven frame field generation for hexahedral meshing. *Computer-Aided Design*. Vol. 72 (2016), 65 – 77. 23rd International Meshing Roundtable Special Issue : Advances in Mesh Generation.
- [LL10] LÉVY B., LIU Y. : Lp centroidal voronoi tessellation and its applications. *ACM Transactions on Graphics*. Vol. 29, Num. 4 (juillet 2010), 119 :1–119 :11.
- [LMPS16] LIVESU M., MUNTONI A., PUPPO E., SCATENI R. : Skeleton-driven adaptive hexahedral meshing of tubular shapes. *Computer Graphics Forum*. Vol. 35, Num. 7 (2016), 237–246.
- [LSVT15] LIVESU M., SHEFFER A., VINING N., TARINI M. : Practical hex-mesh optimization via edge-cone rectification. *ACM Transactions on Graphics*. Vol. 34, Num. 4 (2015).
- [LVS*13] LIVESU M., VINING N., SHEFFER A., GREGGSON J., SCATENI R. : Polycut : Monotone graph-cuts for polycube base-complex construction. *Transactions on Graphics (Proc. SIGGRAPH ASIA 2013)*. Vol. 32, Num. 6 (2013).
- [NLC02] NA H.-S., LEE C.-N., CHEONG O. : Voronoi diagrams on the sphere. *Computational Geometry*. Vol. 23, Num. 2 (2002), 183–194.
- [NRP11] NIESER M., REITEBUCH U., POLTHIER K. : CubeCover - Parameterization of 3D Volumes. *Computer Graphics Forum* (2011).
- [PRW*18] PANOTOPOULOU A., ROSS E., WELKER K., HUBERT E., MORIN G. : Scaffolding a skeleton. *Research in Shape Analysis*. Vol. 12 (2018), 17–35.
- [PZKW11] PENG C.-H., ZHANG E., KOBAYASHI Y., WONKA P. : Connectivity editing for quadrilateral meshes. *ACM Transactions of Graphics*. Vol. 30, Num. 6 (2011).
- [Sch96] SCHNEIDERS R. : A grid-based algorithm for the generation of hexahedral element meshes. *Engineering with Computers*. Vol. 12, Num. 3 (Sep 1996), 168–177.
- [SRUL16] SOKOLOV D., RAY N., UNTEREINER L., LÉVY B. : Hexahedral-dominant meshing. *ACM Transactions on Graphics*. Vol. 35, Num. 5 (2016).
- [TAOZ12] TAGLIASACCHI A., ALHASHIM I., OLSON M., ZHANG H. : Mean curvature skeletons. *Computer Graphics Forum (Proc. of the Symposium on Geometry Processing)* (2012).
- [ULP*15] USAI F., LIVESU M., PUPPO E., TARINI M., SCATENI R. : Extraction of the quad layout of a triangle mesh guided by its curve skeleton. *ACM Transactions on Graphics*. Vol. 35 (12 2015), 1–13.
- [VPR19] VERHETSEL K., PELLERIN J., REMACLE J.-F. : Finding hexahedrizations for small quadrangulations of the sphere. *ACM Transactions on Graphics*. Vol. 38, Num. 4 (2019).
- [WJZL08] WANG W., JÜTTLER B., ZHENG D., LIU Y. : Computation of rotation minimizing frames. *ACM Transactions on Graphics*. Vol. 27 (2008).